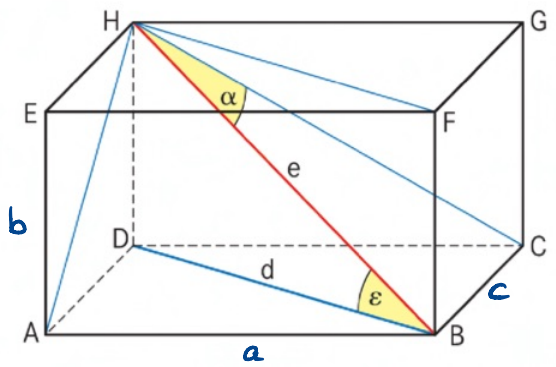
WESTERMANN Mathematik 10II/III, **64/8**

8 Ein Quader hat die Maße: a = 8 cm; b = 4,5 cm; c = 5 cm

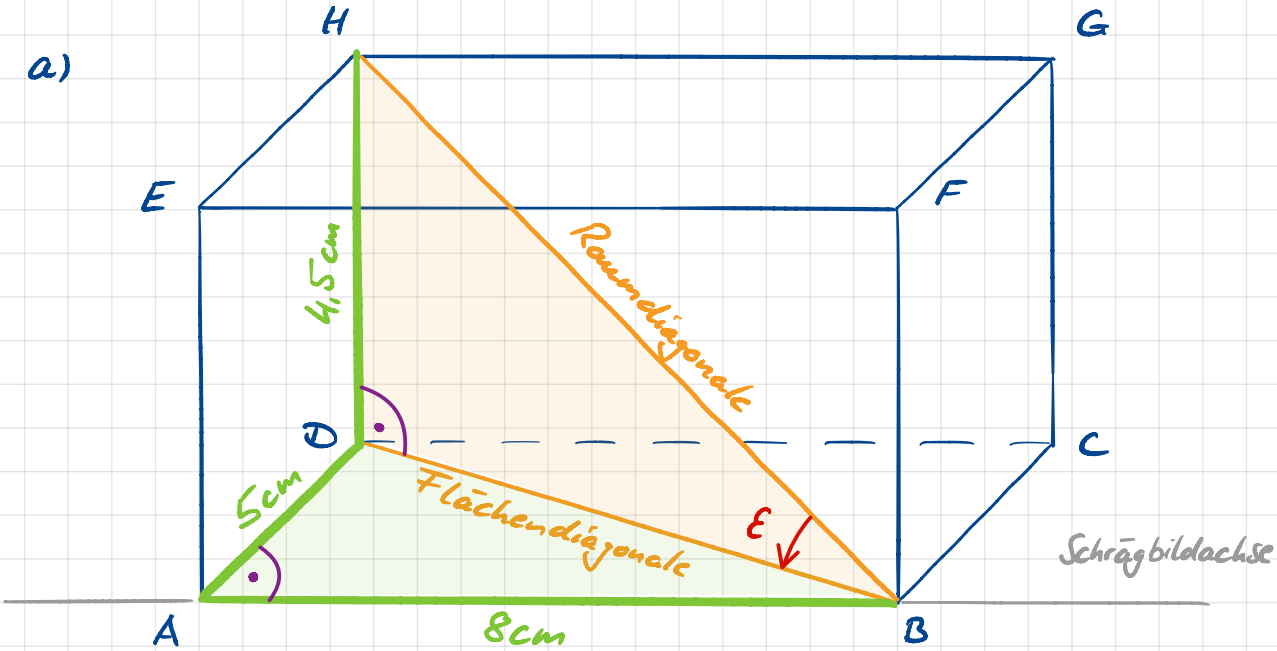
a) Berechne das Maß ε des Winkels zwischen der Raum- und der Flächendiagonalen des Quaders.

b) Berechne das Maß α des Winkels BHC.

c) Berechne die Maße der Winkel, die die Raumdiagonale mit den Flächendiagonalen der Seitenflächen einschließt.

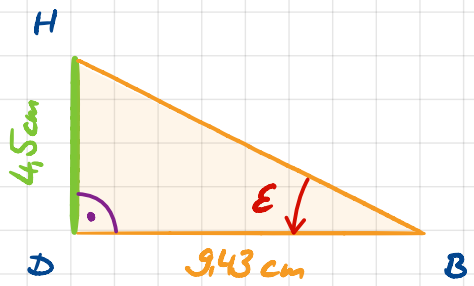


a)



Betrachte ΔDBH:

Das Dreieck DBH ist ein sog. Stützdreieck, das senkrecht zur Grundfläche steht.

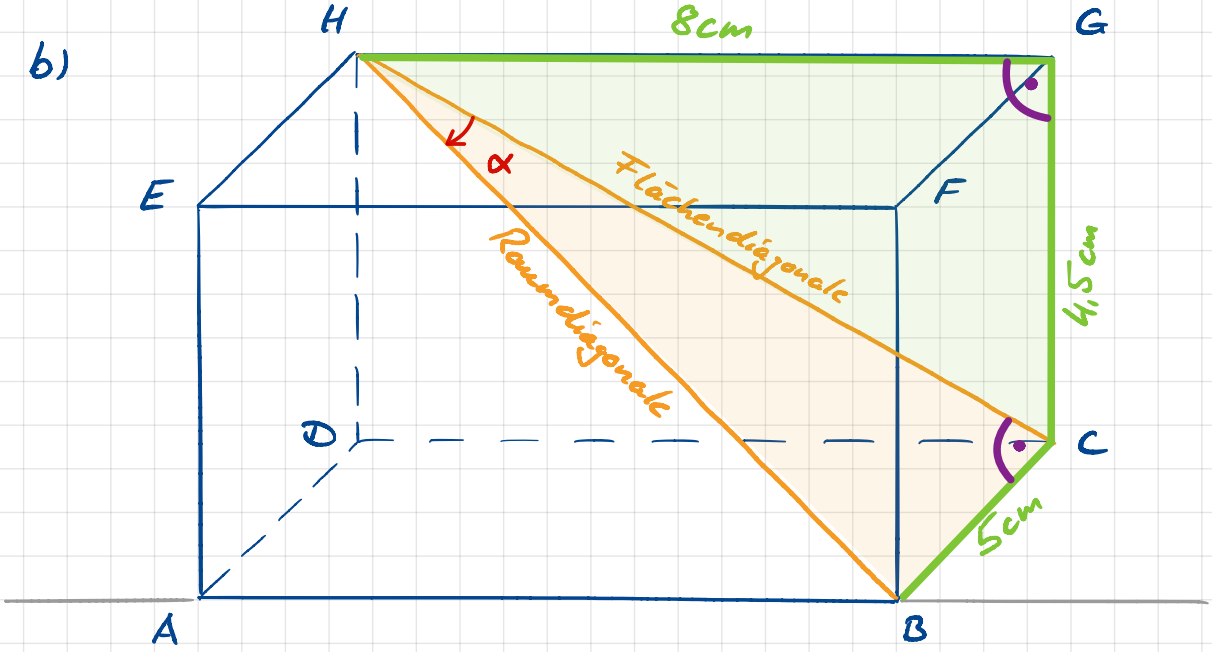


- Berechnung der Flächendiagonalen im ΔABD:

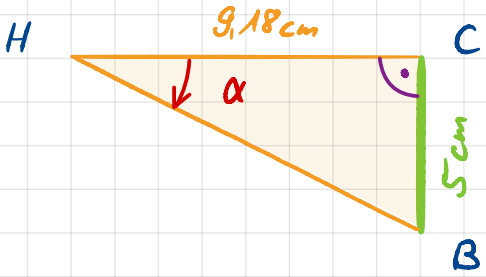
$$\overline{BD} = \sqrt{8^2 + 5^2}\,\text{cm} = 9{,}43\,\text{cm}$$

- $$\tan\varepsilon = \frac{4{,}5\,\text{cm}}{9{,}43\,\text{cm}} \qquad \varepsilon = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}5}{9{,}43}\right) = \underline{\underline{25{,}51^\circ}}$$

b)



Betrachte ΔBCH:



- Berechnung der Flächendiagonalen im ΔCGH:

  $\overline{CH} = \sqrt{8^2 + 4{,}5^2}\,\text{cm} = 9{,}18\,\text{cm}$

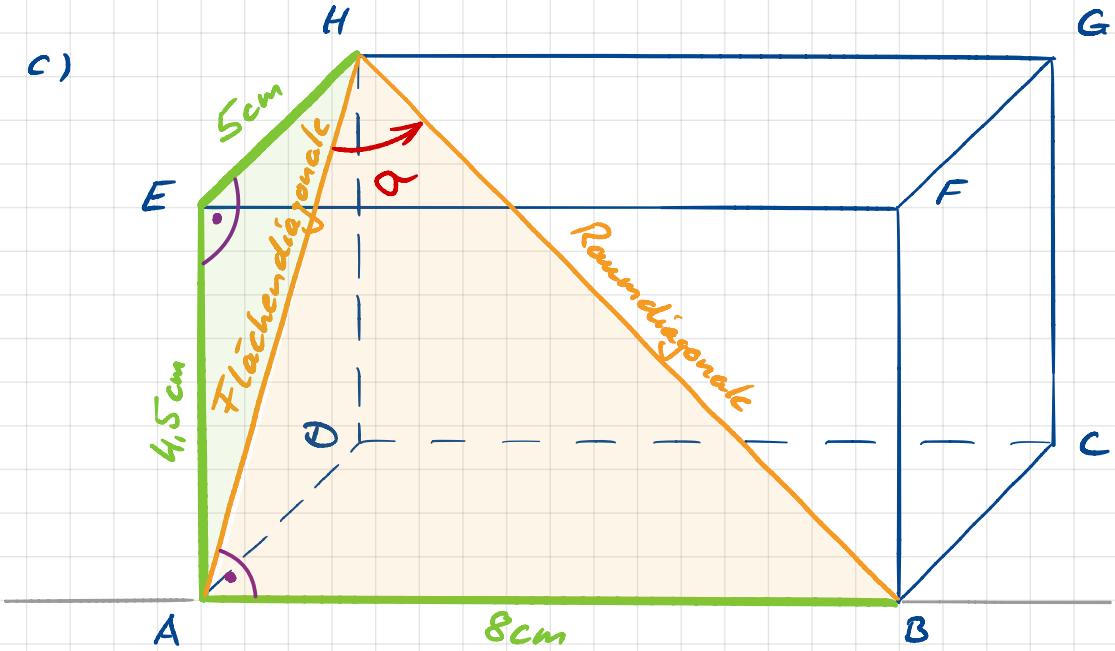
- $\tan\alpha = \dfrac{5\,\text{cm}}{9{,}18\,\text{cm}}$ $\qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{5}{9{,}18}\right) = \underline{\underline{28{,}58°}}$

alternative Berechnung im ΔBCH über die Raumdiagonale $[BH]$:

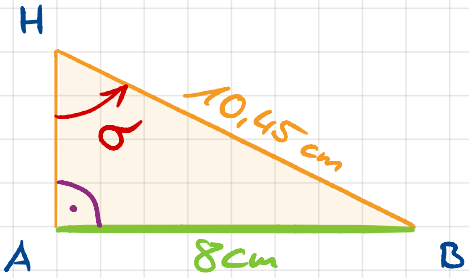
- $\overline{BH} = \sqrt{8^2 + 5^2 + 4{,}5^2}\,\text{cm} = 10{,}45\,\text{cm}$

- $\sin\alpha = \dfrac{5\,\text{cm}}{10{,}45\,\text{cm}}$ $\qquad \alpha = \sin^{-1}\left(\dfrac{5}{10{,}45}\right) = \underline{\underline{28{,}59°}}$

c)



Betrachte ΔABH:



- $\sin\alpha = \dfrac{8\,cm}{10{,}45\,cm}$ $\qquad \alpha = \sin^{-1}\left(\dfrac{8}{10{,}45}\right) = \underline{\underline{49{,}96°}}$

alternative Berechnung über die Flächendiagonale [AH] im Dreieck AHE:

- $\overline{AH} = \sqrt{5^2 + 4{,}5^2}\,cm = 6{,}73\,cm$
- $\tan\alpha = \dfrac{8\,cm}{6{,}73\,cm}$ $\qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{8}{6{,}73}\right) = \underline{\underline{49{,}93°}}$